

Indice

Prefazione	v
Capitolo 1. Calcolo differenziale nello spazio euclideo	1
1.1. Curve parametrizzate regolari	1
1.2. Lunghezza di un arco di curva e ascissa curvilinea	7
1.3. Campi vettoriali e derivazione nello spazio euclideo	11
1.4. Il differenziale (di un'isometria)	18
1.5. Orientazione e prodotto vettoriale	25
1.6. Campi vettoriali lungo curve	28
Capitolo 2. Geometria differenziale delle curve di \mathbb{R}^3	35
2.1. Apparato di Frenet	35
2.2. Apparato di Frenet per curve a velocità arbitraria	44
2.3. Curvatura (con segno) di curve piane	47
2.4. Eliche circolari	52
2.5. Eliche cilindriche	55
2.6. Il campo vettoriale di Darboux	63
2.7. Il teorema fondamentale sulle curve	66
2.8. Curve magnetiche	75
2.9. Curve magnetiche di Killing	81
Capitolo 3. Superfici regolari di \mathbb{R}^3	87
3.1. Definizione, osservazioni ed esempi	87
3.2. Superfici quadriche	97
3.3. Funzioni differenziabili su superfici	106
3.4. Curve su una superficie	110
3.5. Piano tangente a una superficie	113
3.6. Differenziale e derivata direzionale	116
3.7. Prima forma fondamentale	120
3.8. Area	125
3.9. Superfici orientabili	128
3.10. Struttura complessa e 2-forma d'area	133
Capitolo 4. Operatore forma e curvature di una superficie	139
4.1. L'operatore forma e la seconda forma fondamentale	139
4.2. I simboli di Christoffel	144
4.3. Curvature principali, di Gauss e media	146
4.4. Superfici minimali	154

4.5.	Curvatura normale	157
4.6.	L'applicazione di Gauss	162
4.7.	Approssimazione quadratica di una superficie	164
4.8.	Qualche teorema globale sulle superfici	169
4.9.	La pseudo-sfera di Beltrami	172
Capitolo 5.	Geometria intrinseca delle superfici	177
5.1.	Distanza intrinseca	177
5.2.	Superfici isometriche	180
5.3.	Superfici congruenti	191
5.4.	Derivata covariante e curve geodetiche	194
5.5.	La connessione di Levi-Civita delle superfici	202
5.6.	Curvatura gaussiana e tensore di curvatura	204
5.7.	Esempi di curve geodetiche	208
5.8.	Geodetiche e curve minimali	218
5.9.	Energia di una curva	224
5.10.	Curve magnetiche su superfici orientabili	229
Capitolo 6.	Geometria iperbolica	237
6.1.	Domini riemanniani	237
6.2.	Isometrie del semipiano di Poincaré	242
6.3.	Le geodetiche del semipiano di Poincaré	248
6.4.	La distanza nel semipiano di Poincaré	252
6.5.	L'iperboloide e il modello di Poincaré nel disco	254
Capitolo 7.	Il Teorema di Gauss-Bonnet	259
7.1.	Il Teorema locale di Gauss-Bonnet	259
7.2.	Il Teorema globale di Gauss-Bonnet	266
7.3.	Applicazioni del Teorema di Gauss-Bonnet	271
Capitolo 8.	Il Teorema di Lancret sulla sfera S^3	275
8.1.	Apparato di Frenet per curve di S^3	275
8.2.	Eliche generalizzate e Teorema di Lancret sulla sfera S^3	278
8.3.	Modelli di eliche sulla sfera S^3	283
Bibliografia		287
Indice analitico		289